PROBABILIDADES

Jeanette Badilla

Objetivo de Aprendizaje:

Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

Activación de Conocimientos previos

¿Qué es la Probabilidad?

Constituyen una rama de las matemáticas que se ocupa de medir o determinar cuantitativamente la posibilidad de que un suceso o experimento produzca un determinado resultado.

Mide la mayor o menor posibilidad de que se dé un determinado resultado (suceso o evento) al realizar un experimento aleatorio.

La probabilidad de un suceso indica el grado de confianza que podemos tener en que ese suceso ocurra.

La probabilidad 0 indica que el resultado no ocurrirá nunca.
La probabilidad 1 que el resultado ocurrirá siempre.

Toma valores entre 0 y 1 (o expresados en tanto por ciento, entre 0% y 100%)

Conocimientos previos

Los **experimentos** (o **fenómenos**) **aleatorios** son aquellos en los que **no** se puede predecir el resultado. Ejemplo: lanzar un dado.

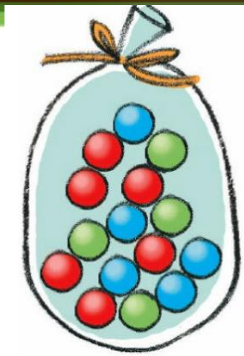
Si se puede predecir el resultado, es un **experimento determinista**. Ejemplo: Extraer una bola de una urna que sólo contiene bolas rojas es un experimento **determinista** ya que podemos predecir que la bola extraída será roja.

ESPACIO MUESTRAL (denotado *E, S,* Ω o *U*)
Conjunto de los resultados posibles de un experimento aleatorio.

Lanzamiento de un dado
E={1, 2, 3, 4, 5, 6}
E ={n° par , n° impar}

Lanzamiento de una moneda
E={cara, sello}

Probabilidad Simple o Clásica (Regla de Laplace)



Esta definición clásica de probabilidad fue una de las primeras que se dieron (1900) y se atribuye a **Laplace**; también se conoce con el nombre de probabilidad a priori pues, para calcularla, es necesario conocer, antes de realizar el experimento aleatorio, el espacio muestral y el número de resultados o sucesos elementales que entran a formar parte del suceso. En este caso todos los posibles resultados del experimento aleatorio poseen igual probabilidad, es decir, son **equiprobables.**

$$P(A) = \frac{Número\ de\ casos\ favorables\ de\ A}{Total\ de\ casos\ posibles} \qquad P(A) = \frac{n(A)}{N}$$

Evento o suceso (A): es el resultado particular de un experimento aleatorio. Es una parte o subconjunto de este.
Ejemplo lanzar un dado y obtener un número menor que cinco:
Experimento: Lanzar un dado
Evento o suceso: sacar un número menor que cinco.

Ejemplos

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara al lanzar una moneda?

E={cara, sello}   A= Obtener cara.

$P(A) = \frac{1}{2} = 0,5$ →50%

b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener el número 6 al lanzar un dado?

E={1, 2, 3, 4, 5, 6}   B = Obtener el número 6. $P(B) = \frac{1}{6} = 0,166.. \rightarrow 16,7\%$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una bola de la bolsa esta sea blanca ?

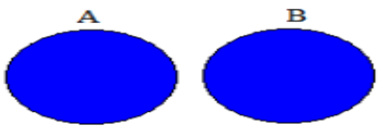
E={rojas, blancas, azules}   C = Obtener bola blanca.

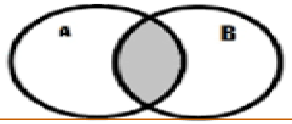
$P(C) = \frac{2}{10} = 0,2 \rightarrow 20\%$

Regla de la adición

La regla de la adición o regla de la suma establece que la probabilidad de ocurrencia de cualquier evento en particular es igual a la suma de las probabilidades individuales, si es que los eventos son mutuamente excluyentes, es decir, que dos no pueden ocurrir al mismo tiempo.

P(A o B) = P(A) + P(B) si A y B son mutuamente excluyente.





P(A o B) = P(A) + P(B) − P(A y B) si A y B son no excluyentes.

Ejemplos

1. Consideré el experimento aleatorio del lanzamiento de una dado normal, ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 2 o 4?

$$P(2\ o\ 4) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = 0{,}33$$

2. Considerando la lotería nacional de la Junta de Protección Social para el próximo domingo ¿Cuál es la probabilidad que número asociado al premio mayor de la lotería, sea un número mayor a 79 o número par?

$$P[mayor\ 79\ o\ par] = \frac{20}{100} + \frac{50}{100} - \frac{10}{100} = \frac{69}{100} = 0{,}60$$

3. Un bolsa contiene 10 bolas numeradas de 1 hasta 10. Las bolas de 1 a 5 son bolas blancas y las numeradas de 6 hasta 10 son de color rojo. Se selecciona de la bolsa un bola aleatoriamente ¿cuál es la probabilidad que sea de color blanca o impar?

$$P(blanca\ o\ impar) = \frac{5}{10} + \frac{5}{10} - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} = 0.7$$

Ley del producto

La regla de la multiplicación establece que la probabilidad de ocurrencia de dos o más eventos estadísticamente independientes es igual al producto de sus probabilidades individuales

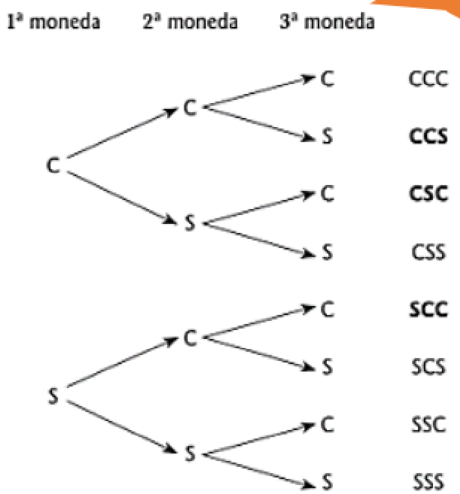
$$P\ (A\ y\ B) = P\ (A \cap B) = P\ (A) \cdot P\ (B)$$

si A y B son **independientes.** Decimos que dos sucesos *A* y *B* son ***independientes* entre sí**, cuando la ocurrencia de uno de ellos no modifica la probabilidad del otro.

$$P\ (A\ y\ B) = P\ (A\ B) = P\ (A)\ P\ (B|A)$$

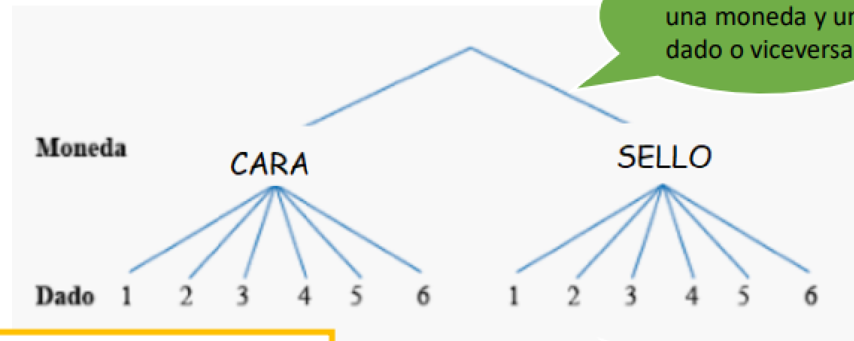
si A y B son dependientes. Decimos que dos sucesos *A* y *B* son *dependientes* entre sí, cuando la ocurrencia de uno de ellos modifica la probabilidad del otro. **(contenido que veremos próxima tutorías)**

Probabilidades con Diagrama de árbol



Lanzamiento de tres monedas, lo que es equivalente a lanzar una moneda tres veces.

8 casos posibles



Lanzamiento de una moneda y un dado o viceversa.

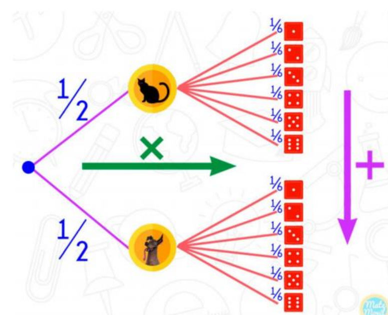
12 casos posibles

La cantidad de **RAMAS FINALES**, indican la cantidad **TOTAL DE CASOS POSIBLES**.

CALCULO RAPIDO DE PROBABILIDADES

En **RAMAS ADYACENTES** se **MULTIPLICAN** las probabilidades.
En **RAMAS SEPARADAS** se **SUMAN** las probabilidades.

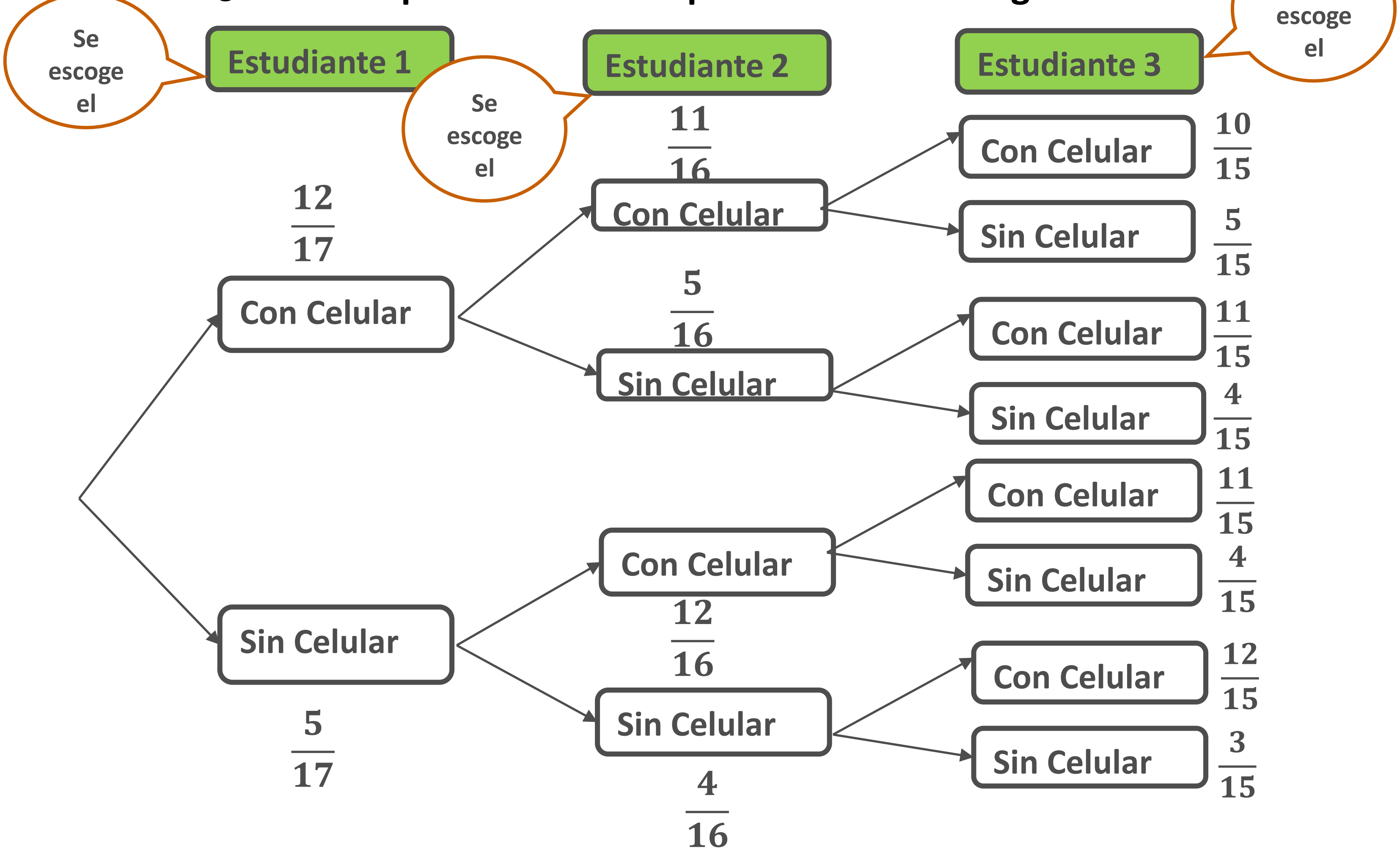
¿Cómo calcular probabilidades en el diagrama del árbol?



EJEMPLO:

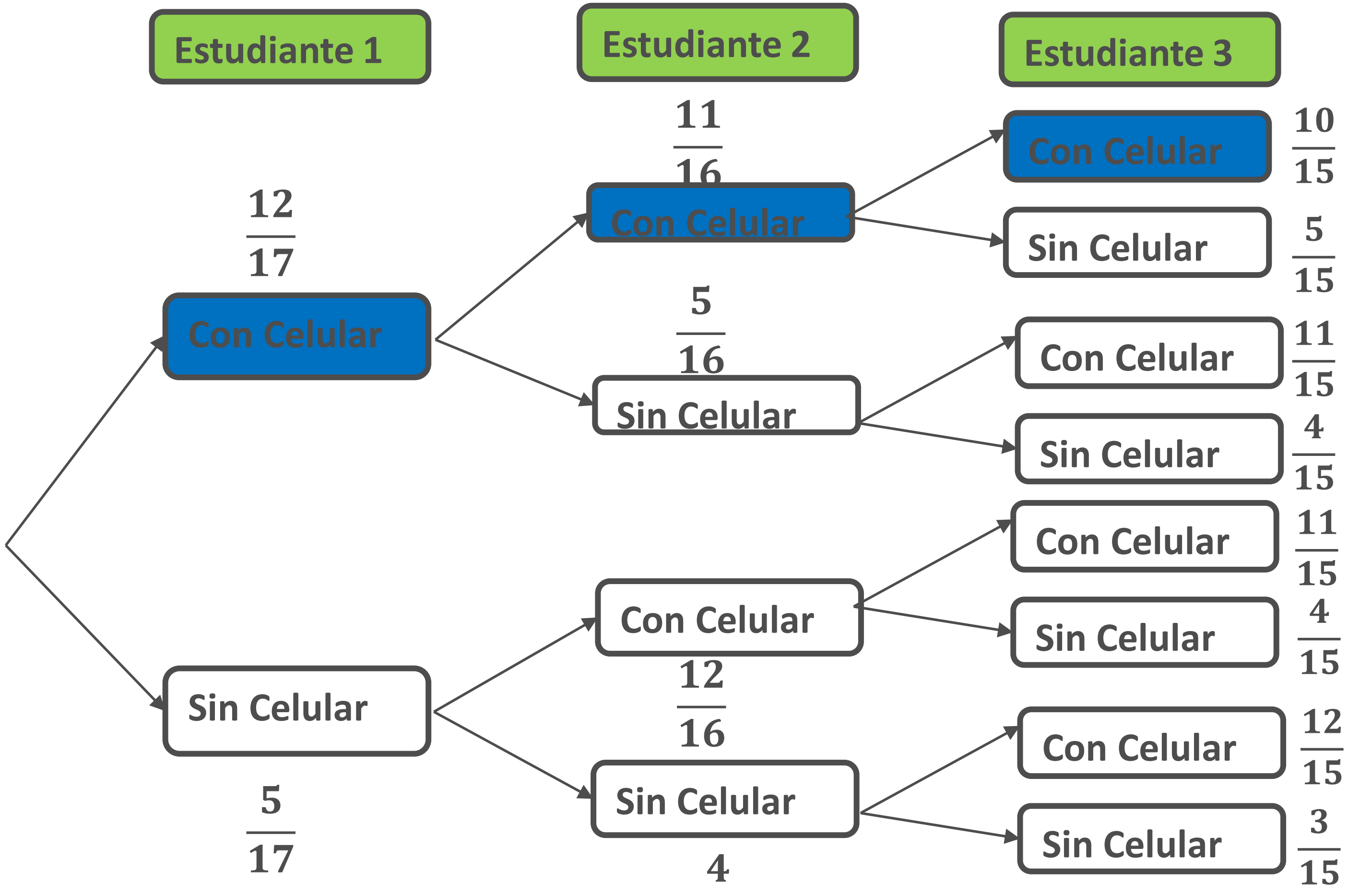
En la sala de clases hay 12 estudiantes que tienen celular y 5 estudiantes que no poseen celular. Al elegir tres personas al azar:

- **¿Cuál es la probabilidad de que los tres tengan celular?**
- **¿Cuál es la probabilidad de que dos de ellos tengan celular?**



- ¿Cuál es la probabilidad de que los tres tengan celular?

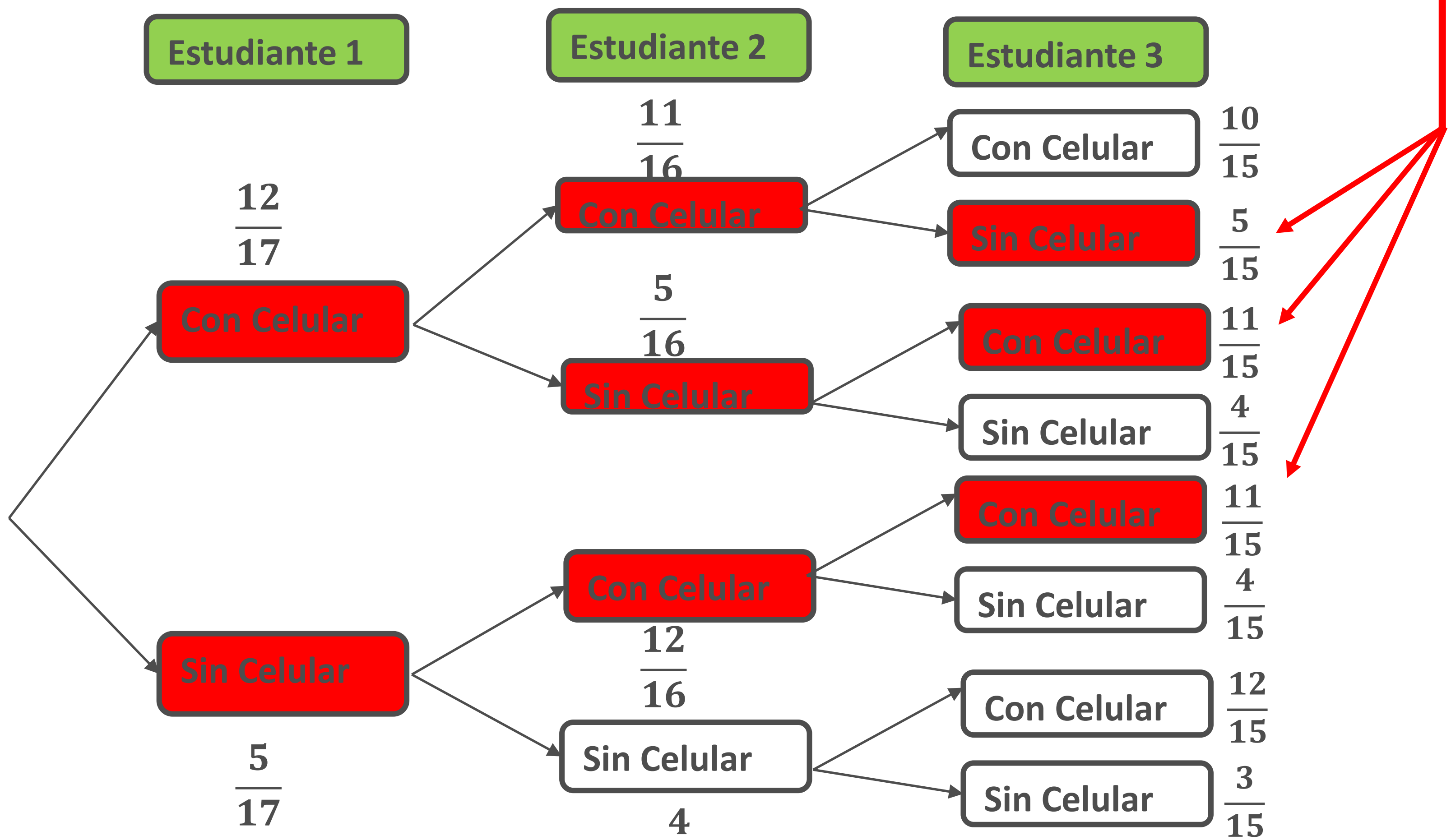
$$P(\text{3 estudiantes con celular})=\frac{12}{17}\cdot\frac{11}{16}\cdot\frac{10}{15}=\frac{11}{34}=0,32$$



Como corresponde a la misma rama, para obtener la probabilidad de que los tres estudiantes tengan celular, debemos multiplicar la probabilidad de tener celular en cada caso, es decir:

• ¿Cuál es la probabilidad de que dos de ellos tengan celular?

$$P(2 \text{ est. con celular})=\frac{12}{17}\cdot\frac{11}{16}\cdot\frac{5}{15}+\frac{12}{17}\cdot\frac{5}{16}\cdot\frac{11}{15}+\frac{5}{17}\cdot\frac{12}{16}\cdot\frac{11}{15}=\frac{660}{4080}+\frac{660}{4080}+\frac{660}{4080}=\frac{1980}{4080}\approx 0,49$$



En este caso, hay más de un caso, es decir, hay mas de una rama del árbol involucrada. Por lo tanto, calculamos la probabilidad de cada rama, multiplicando las probabilidades y luego sumamos la probabilidad de las tres rama.