

Algebra y Funciones

FUNCIÓN CUADRÁTICA Y ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Jeanette Badilla
Natalia Henríquez y Mariana Zurita

En cursos previos, estudiamos las ecuaciones de primer grado. En ese caso en particular la ecuación tenía una o más incógnitas, sin embargo el grado de estas incógnitas siempre era a lo más 1 y por ende tenía una única solución.

La ecuación de segundo grado a diferencia de las ecuaciones de primer grado, tienen dos posibles soluciones debido a que el exponente máximo de su incógnita es 2.

Partiendo de esto ya podemos establecer algunas diferencias entre una ecuación lineal y una ecuación cuadrática

ECUACIÓN DE PRIMER GRADO

ES DE LA FORMA :

$$ax + b = 0$$

El grado de la incógnita es 1

Tiene a lo más una solución.

ECUACIÓN CUADRÁTICA O DE SEGUNDO GRADO

ES DE LA FORMA :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

El exponente mayor de la incógnita siempre es 2.

Tiene a lo más dos soluciones distintas.

Es posible clasificarlas en:

- Ecuaciones cuadráticas incompletas puras
- Ecuaciones cuadráticas incompletas binomiales
- Ecuaciones cuadráticas completas

ECUACIÓN CUADRÁTICA INCOMPLETA PURA

Si consideramos $b=0$, tenemos una ecuación de la forma:

$$ax^2 + c = 0$$

Este es un caso especial de las ecuaciones cuadráticas, y por ende se puede resolver de manera sencilla sin utilizar una fórmula, basta despejar el valor de x .

DESPEJANDO LA ECUACIÓN

$$ax^2 + c = 0 \quad / -c$$

$$ax^2 = -c \quad / \div a$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

EXTRAEMOS LA RAÍZ PARA QUITAR EL CUADRADO DEL EXPONENTE

$$x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

EJEMPLO

Resolviendo la siguiente ecuación:

$$3x^2 - 27 = 0$$

$$3x^2 - 27 = 0 \quad / +27$$

$$3x^2 = 27 \quad / \div 3$$

$$x^2 = 27/3$$

$$x^2 = 9 \quad / \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -3$$

ECUACIÓN CUADRÁTICA INCOMPLETA BINOMIAL

En este caso $c=0$, resultando una ecuación de la forma:

$$ax^2 + bx = 0$$

En este caso particular resulta mucho más conveniente factorizar la ecuación para encontrar sus soluciones.

FACTORIZANDO LA ECUACIÓN POR EL TÉRMINO COMÚN

$$x \cdot (ax + b) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$ax + b = 0 \quad / -b$$

$$ax = -b \quad / \div a$$

$$x_2 = -\frac{b}{a}$$

EJEMPLO

Resolviendo la siguiente ecuación:

$$2x^2 + 8x = 0$$

Factorizamos por el término común

$$x \cdot (2x + 8) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$2x + 8 = 0 \quad / -8$$

$$2x = -8 \quad / \div 2$$

$$x_2 = -4$$

ECUACIÓN CUADRÁTICA COMPLETA

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Si tenemos una ecuación de segundo grado completa, es posible obtener sus soluciones de dos formas:

Una de ellas es utilizando la siguiente fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

SI TIENES CURIOSIDAD POR SABER CÓMO SE CONSTRUYE ESTA FÓRMULA, INGRESA AL SIGUIENTE LINK [LINK](#)

PAGE 06

EJEMPLO

CONSIDEREMOS LA ECUACIÓN:

$$-x^2 + 7x - 10 = 0$$

NOTEMOS QUE EN ESTE CASO, $a=-1$, $b=7$ y $c=-10$

REEMPLAZANDO LOS VALORES EN LA FÓRMULA TENEMOS:

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 40}}{-2} = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-7 + 3}{-2}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{-7 - 3}{-2}$$

$$x_2 = 5$$

ECUACIÓN CUADRÁTICA COMPLETA

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Otra forma de encontrar las soluciones de una ecuación cuadrática completa es expresandola como un producto de binomios. Veamos un par de ejemplos para entender mejor.

EJEMPLO 2

CONSIDEREMOS LA ECUACIÓN:

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

FACTORIZANDO:

$$(x - 2)(x - 4) = 0$$



$$x - 2 = 0$$

$$x - 4 = 0$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 4$$

EJEMPLO 1

CONSIDEREMOS LA ECUACIÓN: $x^2 - x - 6 = 0$

NOTEMOS QUE ES POSIBLE EXPRESARLA COMO UN PRODUCTO DE BINOMIOS CON UN TÉRMINO EN COMÚN

$$(x + 2)(x - 3) = 0$$



$$x + 2 = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 3$$

PARA RECAPITULAR IDENTIFIQUEMOS LAS SIGUIENTES ECUACIONES ...

EJEMPLO 1 $x^2 + (7 - x)^2 = 25$

RESOLVIENDO EL CUADRADO DE BINOMIO E IGUALANDO A CERO:

$$x^2 + 49 - 14x + x^2 - 25 = 0$$

LUEGO, JUNTANDO LOS TÉRMINOS COMUNES, TENEMOS:

$$2x^2 - 14x - 24 = 0$$

ESTA ES UNA ECUACIÓN
CUADRÁTICA COMPLETA,
PUES a,b y c SON DISTINTOS
DE CERO

EJEMPLO 2 $(x - 2)(x + 2) = 140$

DESARROLLANDO LA EXPRESIÓN E IGUALANDO A CERO:

$$x^2 - 4 - 140 = 0$$

LUEGO, JUNTANDO LOS TÉRMINOS COMUNES, TENEMOS:

$$x^2 - 144 = 0$$

ESTA ES UNA ECUACIÓN
CUADRÁTICA INCOMPLETA
PURA, PUES EN ESTE CASO
b=0

EJEMPLO 3 $2(x - 4)^2 - 5 = 27$

RESOLVIENDO EL CUADRADO DE BINOMIO E IGUALANDO A CERO:

$$2x^2 - 16x + 32 - 5 - 27 = 0$$

LUEGO, JUNTANDO LOS TÉRMINOS COMUNES, TENEMOS:

$$2x^2 - 16x = 0$$

ESTA ES UNA ECUACIÓN
CUADRÁTICA INCOMPLETA
BINOMIAL, PUES EN ESTE
CASO c=0

Retomando la comparación establecida inicialmente...

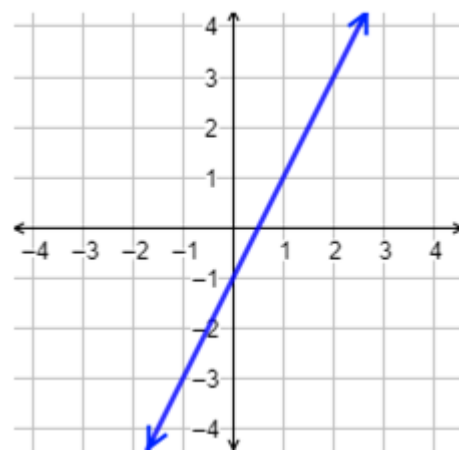
Ecuaciones

De primer grado

DE LA FORMA:

$$ax + b = 0$$

ES POSIBLE GRAFICAR SU FUNCIÓN, CONOCIENDO SUS ELEMENTOS:



a: PENDIENTE DE LA RECTA

b: INTERCEPTO CON EL EJE Y

De segundo grado

DE LA FORMA:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ES POSIBLE GRAFICAR SU FUNCIÓN, CONOCIENDO SUS ELEMENTOS:



POR AHORA, SOLO CONOCEMOS LAS RAÍCES DE LA ECUACIÓN ASOCIADA A ESTA FUNCIÓN.

¡AÚN NOS FALTAN ELEMENTOS POR CONOCER PARA PODER GRAFICAR LA FUNCIÓN!